Bohr´s Erklärung des Spektrums (am Beispiel des Wasserstoffatoms)

1. Postulat: Nach Rutherford ist jede bahn erlaubt, solange $F_R = F_{el}$ gilt.
Bohr forderte allerdings, dass nur bestimmte Bahnen erlaubt sind (was er aus den spezifischen Linienspektren bestimmter Atome schloss) auf denen $2 \cdot \pi \cdot r \cdot m \cdot v = n \cdot h$ gilt. Dabei steht n für die Nummer der Bahnen, welche von innen nach außen nummeriert sind.
2. Postulat: Bohr erkannte, dass die Spektrallinien dann entstehen, wenn ein Elektron eine Bahn nach innen springt, d.h., dass dabei Energie in Form von Licht abgegeben wird. Also behauptete er: $\Delta E_B = h \cdot f$

Nun konnte er mit diesen Behauptungen die Bahnradien und die Bahnenergien herleiten:

1) Herleitung der Bahnenergie:

$$E_n = E_{kin(n)} + E_{pot(n)}$$

$$E_n = \frac{1}{2} m_e \cdot v_n^2 + \left(-\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n} \right)$$

n steht dabei wieder für die Bahnnummer.

Außerdem gilt $v = \frac{n \cdot h}{2 \cdot \pi \cdot r \cdot m}$ (umgestelltes 1.Postulat)

$$E_n = \frac{1}{2} m_e \left(\frac{e^2}{2 \mathrm{h}\, \epsilon_0 \cdot n} \right)^2 + \left(-\frac{1}{4 \pi \epsilon_0} \cdot \frac{e^4 m_e \pi}{h^2 \cdot \epsilon_0 n^2} \right)$$

$$E_n = -\frac{1}{8} \cdot \frac{e^4 m_e}{h^2 \cdot \epsilon_0^2 n^2}$$

Alle Größen sind nun bekannt. Setzt man für n 1 ein, ist das Ergebnis $E_1 = -2{,}18 \cdot 10^{-18} J$
Diese Energie besitzt das Elektron auf der 1. Bahn des Wasserstoffatoms. Sie wird auch oft in der Größe Elektronenvolt angegeben: 13,6eV.
Um die Bahnenergien von n = 2 etc. auszurechnen gilt folgende Formel: $E_n = \frac{E_1}{n^2}$

2) Herleitung der Bahnradien:

Man geht zunächst wieder von $F_R = F_{el}$ aus.

Es gilt also:

$$\frac{m_e v_n^2}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2} \quad .$$

In dieser Gleichung wird v durch die obige Gleichung ersetzt:

$$m_e \left(\frac{n \cdot h}{2\pi r_n m_e} \right)^2 \cdot \frac{1}{r_n} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{e^2}{r_n^2} \quad .$$

Anschließend kürzen und r auf eine Seite bringen:

$$r_n = \frac{n^2 \cdot h^2 \cdot \epsilon_0}{\pi \cdot m_e \cdot e^2} \quad .$$

Hier sind wieder alle Größen bekannt und man erhält als Ergebnis:

$$r_1 = 0{,}529177 \cdot 10^{-10} m \quad .$$

Da man mit solch kleinen Zahlen allerdings nicht rechnen wollte führte man kurzerhand folgende Einheit ein : $1 \cdot 10^{-10} m$ = 1 Å (Angström)

Möchte man nun die Radien der anderen Bahnen errechnen reicht folgende Formel:

$$r_n = r_1 \cdot n^2 \quad .$$